BLANCO Valérie
épouse MARTEL
Groupe A1

Le cercle – Le disque

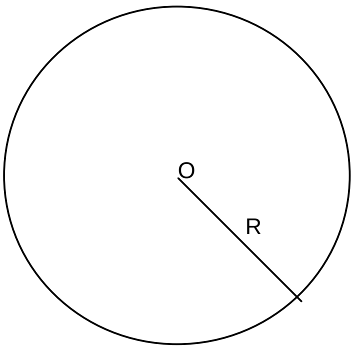
1. Partie mathématique

1.1. Le cercle

1.1.1. Définitions

- Définition du cercle

Le cercle de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M du plan tels que OM = R.
Notation $\mathcal{C}$ (O ;R)



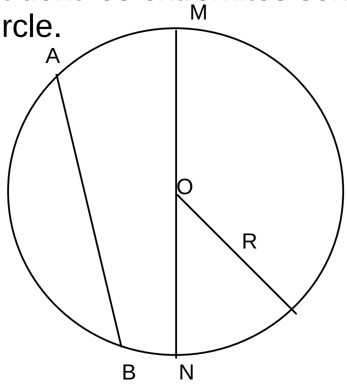
- Définitions des rayons / diamètre /corde

Soit $\mathcal{C}$ (O ;R).

Un rayon est un segment joignant tout point du cercle à son centre : il y en a une infinité.

Un diamètre est un segment joignant deux points du cercle qui de plus sont alignés avec le centre : il y en a une infinité. La mesure du diamètre vaut le double de celle du rayon.

Une corde est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle. Une corde sous-tend un arc de cercle.



[MN] est un diamètre
[AB]est une corde

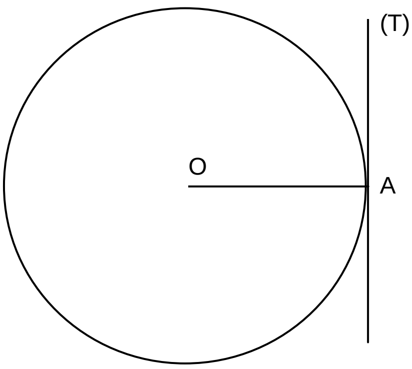
- <u>La longueur du cercle *C* (O ;R).</u>

Si on envisage le cercle comme un fil, on parle de longueur.
Si on l'envisage comme le pourtour d'une surface, alors on parle plutôt de périmètre de cette surface.

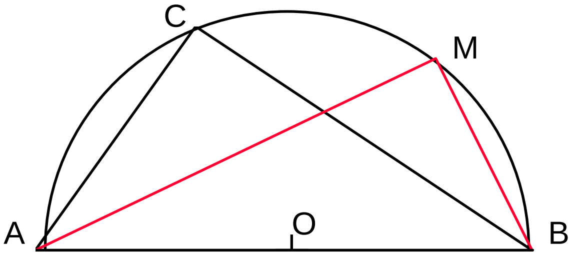
On a L=2 x π x R ou L= π x D sachant que 2 x R = D.

- <u>Définition de la tangente au cercle.</u>

La tangente en A au cercle *C* (O ;R).est la droite T perpendiculaire en A à la droite (AO).
Notation : (A $\in$ *C* , A $\in$ T, (OA) $\perp$ T)



- Tout triangle ABC rectangle en C est inscriptible dans un demi-cercle de diamètre [AB].
  Pour tout point M du demi-cercle, autre que A et C : $\widehat{AMC}$ = 90°.

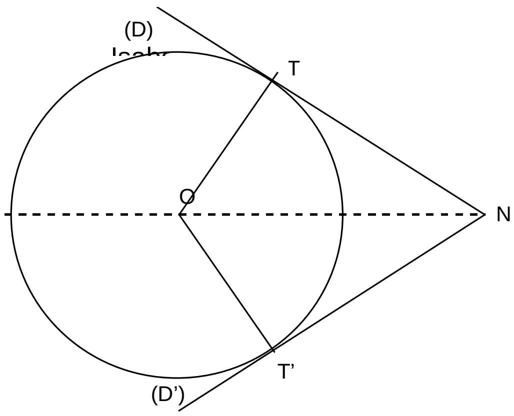


Démonstration

Soit un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] et un point M quelconque de ce demi-cercle (cf représentation page précédente).

L'angle au centre intercepté par l'arc AB est $\widehat{AOB}$ = 180°. D'autre part, l'angle inscrit intercepté par l'arc AB, est $\widehat{AMB}$ et est égal à la moitié de l'angle au centre. Donc $\widehat{AMB}$ est égal à 90°. Ainsi le triangle AMB est rectangle en M.

- Si deux tangentes au cercle $\mathcal{C}$ (O ; R) en T et T' se coupent en N alors : NT = NT'.
- La droite (NO) est bissectrice de $\widehat{TNT'}$ et de $\widehat{TOT'}$



Démonstration

Soit un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et une corde [TT'] non diamétrale.
Soient (D) et (D') les tangentes en T et T' au cercle qui se coupent au point N (cf figure ci-dessus).

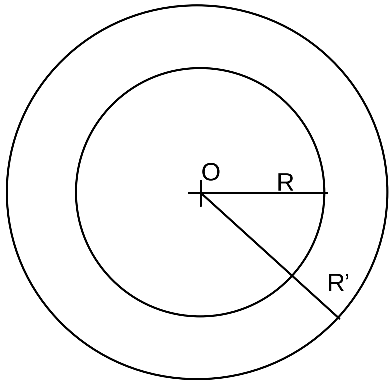
Puisque D est la tangente en T au cercle, il en résulte que NTO est un triangle rectangle en T et d'après le théorème de Pythagore, on a :
$ON^2 = OT^2 + NT^2$ (1)
De même, avec le triangle NT'O, on obtient
$ON^2 = OT'^2 + NT'^2$ (2)
Comme OT = OT' (rayons du cercle),on en déduit en utilisant les égalités (1) et (2) que $NT^2 = NT'^2$.
Il en résulte que NT = NT'

D'autre part, sachant que OT = OT' et que NT = NT', les points O et N sont équidistants de T et T'. Donc (NO) est la médiatrice de [TT'] et donc la bissectrice de $\widehat{TNT'}$ et $\widehat{TOT'}$.

1.1.2. A propos de deux cercles

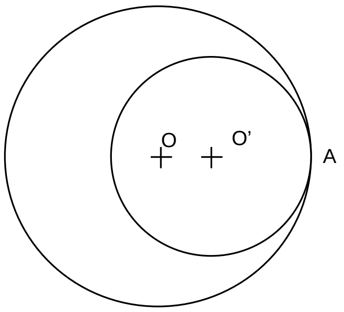
- Cercles concentriques

Deux cercles de même centre et de rayons différents sont appelés : cercles concentriques.

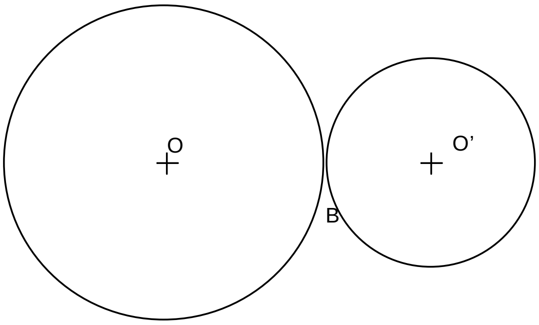


- Cercles tangents

Deux cercles qui ont un point d'intersection (et un seul) sont tangents en ce point.



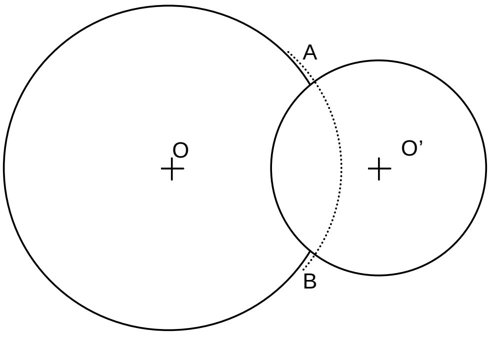
Cercles tangents intérieurement en A



Cercles tangents extérieurement en B

- Cercles sécants

Deux cercles qui se coupent en deux points distincts sont appelés cercles sécants.



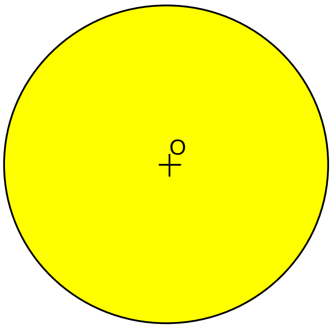
Cercles sécants en A et B

1.2. Le disque

1.2.1. Définitions

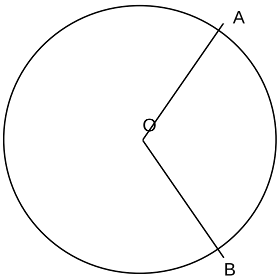
- Définition du disque

Tous les points M d'un cercle *C* (O ;R) et ceux de l'intérieur tels que OM< R constituent le disque de centre O et de rayon R.



- Définition du secteur de disque

La partie du disque limitée par les rayons [O A] et [O B] de l'arc AB est un secteur de disque.



- Mesure de l'aire du disque

$A = \pi \times R^2$

2. Partie pédagogique

Domaine : Problème de géométrie

Titre de la séquence : Cercles et parallèles – Réinvestissement.

Cycle : 3 **Niveau** : 3

Objectifs : sur deux séances
- Reconnaître une situation nécessitant le traçage de cercles et de parallèles.
- Maîtriser les outils : compas et règle graduée.

Acquis : notions de cercle et de parallèles ainsi que la manière de les tracer.

Matériel : - une fiche de travail par élève
- deux crayons de couleurs différentes
- un compas et une règle graduée pour chacun

Déroulement

1 – Phase d'appropriation

- distribution des fiches
- lecture de la fiche et recherche individuelle

2 – Phase de recherche par paires

Les élèves qui le souhaitent peuvent poursuivre leur recherche à deux.

Observations :
Procédures utilisées par les élèves
- *Tracés de zones interdites variables : carrés, hexagones, cercles.*
- *Tracés de zones de construction le long de la route ou en périphérie d'une maison.*
- *L'outil utilisé est essentiellement la règle (ainsi les cercles sont très approximatifs).*

Phases de mise en commun

Les difficultés rencontrées sont explicitées et surmontées au fur et à mesure par confrontation collective.
Ainsi il est dégagé qu'il faut tracer des cercles au compas de trois centimètres de rayon autour des maisons et des parallèles de part et d'autre des routes (à un centimètre).

3 – Finalisation

L'enseignant fragmente la recherche afin de guider les élèves.

Consignes :

1) « Coloriez de deux couleurs différentes les zones constructibles :
   - celles autour de la maison
   - celles près de la route ».

2) « Cherchez dans quelle(s) zone(s) peut être construite l'usine ».

Observations :
Procédures utilisées par les élèves
- *Coloriage des disques délimités par des cercles autour des maisons.*
- *Coloriage de la zone autour des routes*
- *Coloriage des zones hors disques*
- *Quelques élèves superposent deux couleurs.*

Phase de mise en commun

Des productions différentes sont affichées et les opinions confrontées.
Il est mis en évidence que les zones extérieures au disque (introduction du terme) sont d'une couleur et la zone délimitée par les parallèles aux routes d'une autre couleur. Il y a des endroits où les deux couleurs se chevauchent.

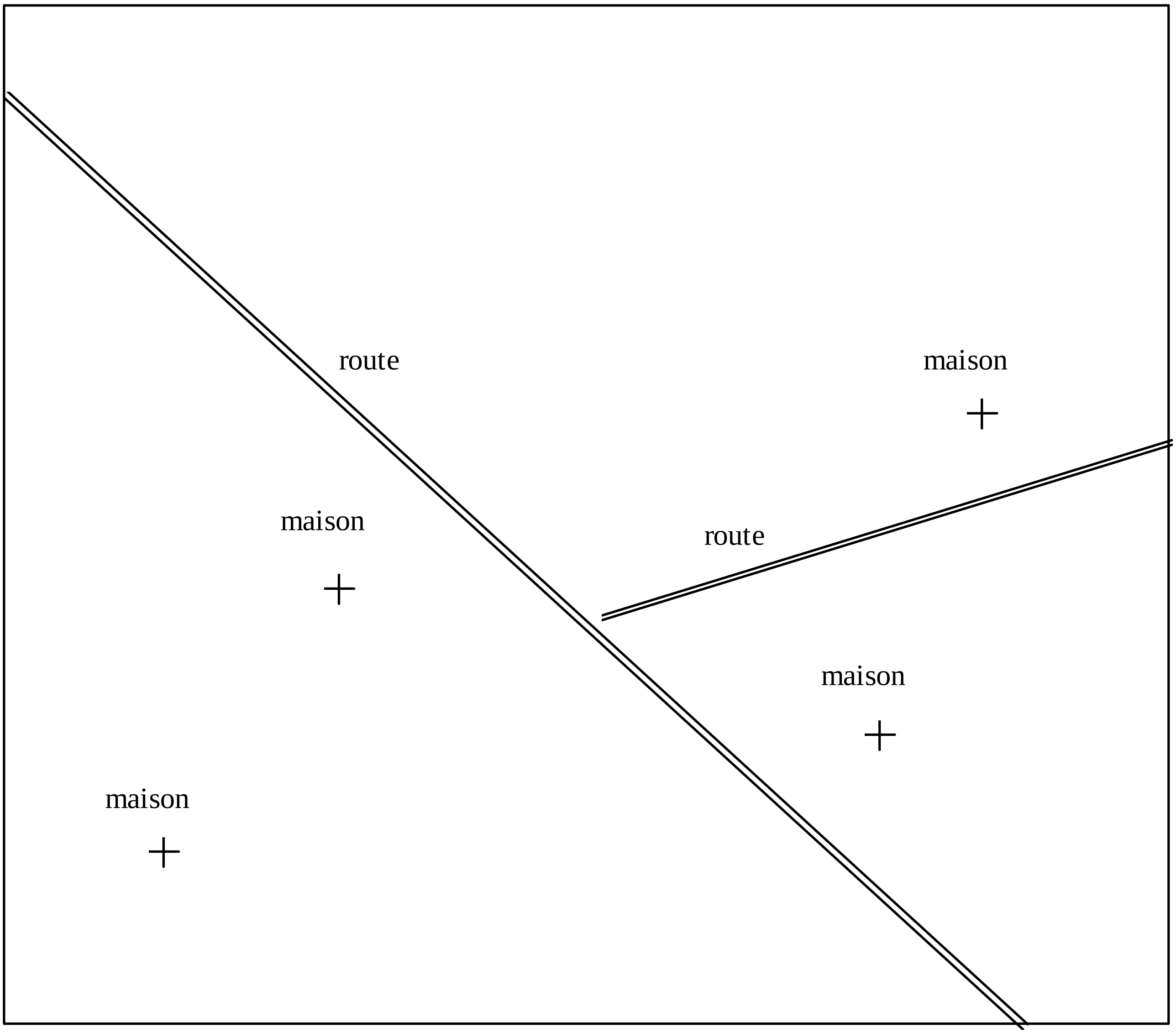
Remarque :
La première consigne ne présente pas de grosses difficultés contrairement à la réalisation de la seconde.
Les élèves ont du mal à prendre en compte les deux contraintes que comportent l 'énoncé pour délimiter les zones constructibles au final. L'enseignant doit guider le raisonnement pour arriver au résultat et faire émerger chez les élèves l'idée que les zones bi-colorées sont les zones possibles pour la construction de l'usine.

Annexe 1

Problème de géométrie

Nom : Date :

Prénom :



1 centimètre pour 200 mètres

Une entreprise envisage de créer une usine à la campagne.
Voici le plan de la région qu'elle a choisi.
L'usine doit être installée à plus de 600 mètres de chaque maison et à moins de 200 mètres d'une route.
Trouve sur le plan toutes les zones où l'usine peut être installée.

BIBLIOGRAPHIE

- Math outils CM 2 – Magnard école
- Maths + 6ème – Fontaine - Picard
- Aide mémoire pour le collège. Les maths de la 6ème à la 3ème – Hachette éducation
- Mathématiques 3ème : R. Delord – P-H. Terracher – G. Vinrich – Hachette Education
- Maths et Maths – 1ère S – A. Deledicq – R. Gauthier – G. Mison